

# 医用高等数学“理论讲授+自主学习”教学改革研究



郑文新, 李冬果, 陈 熹, 高 磊

首都医科大学生物医学工程学院 (北京 100069)

**【摘要】** 医用高等数学是医学高等教育的公共基础课程, 通过对数理基础知识的学习和应用, 可以提高学生的科研、创新能力。本研究以首都医科大学阶平班医用高等数学课程为例, 进行“理论讲授+自主学习”的教学改革。对医用高等数学课程教学内容设置进行调整, 合理划分为自主学习和理论讲授两部分, 从教学资源建设、自主学习方法指导、理论讲授课程设计、全方位辅导答疑和拓展延伸性问题设计五个环节实施教学改革, 以探索医用高等数学教学新模式, 为构建高端复合型人才培养体系提供有益参考, 并为后续教学模式的推广奠定基础。

**【关键词】** 医用高等数学; 自主学习; 创新能力; 科研能力; 教学改革

**【中图分类号】** R-05; G 642 **【文献标识码】** B

## Research on the teaching reform of "theoretical teaching + self-directed learning" in medical advanced mathematics

ZHENG Wenxin, LI Dongguo, CHEN Xi, GAO Lei

School of Biomedical Engineering, Capital Medical University, Beijing 100069, China

Corresponding author: GAO Lei, Email: bmi5@ccmu.edu.cn

**【Abstract】** Medical advanced mathematics is a public basic course of medical higher education. Through the study and application of basic mathematics knowledge, students can improve their scientific research and innovation ability. Taking the medical advanced mathematics course in the Jieping class of Capital Medical University as an example, the teaching reform of "theoretical teaching + self-directed learning" was implemented. Adjustments have been made to the teaching content of medical advanced mathematics courses, and the teaching content has been reasonably divided into the self-directed learning part and the theoretical teaching part. Teaching reform research has been carried out in five aspects: construction of the teaching resource, guidance on self-directed learning methods, design of theoretical teaching course, comprehensive tutoring and Q&A, and extended problem design, in order to explore a new teaching model for medical advanced mathematics, and provide useful references for building a talent training system of cultivating high-end composite talents, and lay the foundation for the subsequent promotion of teaching models.

**【Keywords】** Medical advanced mathematics; Self-directed learning; Innovation ability; Research ability; Teaching reform

DOI: 10.12173/j.issn.1004-4337.202410085

基金项目: 首都医科大学教育教学改革研究课题 (2024JYY313)

通信作者: 高磊, Email: bmi5@ccmu.edu.cn

<https://slyyx.whuznhmedj.com/>

自主学习作为一种重要的学习方式,不受时间、地点和形式的限制,为个人提供了广阔的学习空间。自主学习能力是高素质创新型人才必不可少的能力,与“学会”相比,“会学”更为重要<sup>[1]</sup>。首都医科大学自 2021 年开始创办临床医学和口腔医学阶平班,定位于培养适应我国社会主义现代化建设和卫生事业发展需要的、具有科学研究和创新能力以及扎实的临床实践能力,毕业时达到临床医学/口腔医学专业学术学位博士水平的高层次医学专门人才<sup>[2]</sup>。扎实的数理基础和自主学习数理基础的能力对于高层次医学专门人才是十分重要的。依据阶平班的培养目标和计划,本研究对阶平班医用高等数学课程教学模式进行了探索,进行“理论讲授+自主学习”教学改革研究,通过培养学生的自主学习、逻辑思维和提出并解决科学问题的能力,帮助学生养成终身学习的习惯,为医学研究工作做好必要的准备。

## 1 医用高等数学课程定位

医用高等数学是医学高等教育中的一门公共基础课,兼有少量专业基础课程的职能。马克思曾说过:“一门科学只有成功地应用数学时,才算达到了完善的地步”,随着人工智能技术的发展,数学正在直接或间接地应用于包括医学在内的科学技术的各个领域,“高科技本质上就是数学技术”<sup>[3]</sup>的观点逐渐被大众认可。首都医科大学临床医学和口腔医学阶平班的培养目标为“具有国际视野、科学研究和创新能力,推动和引领未来医学发展;在科学或专门技术上做出创造性的成果;能熟练地阅读本专业的外文资料,并具有一定的写作能力和进行国际学术交流的能力;具有科学态度、创新和分析批判精神;具有为新知识产生、新技能的发现做出贡献的意识”<sup>[2]</sup>。扎实的数理基础和自主学习数理知识的能力对培养高素质人才是必不可少的。“理论讲授+自主学习”教学改革的目标即为培养学生自主学习的能力和终生学习的习惯,为科研工作奠定必要的的能力基础。

基于阶平班的培养目标,我教学团队确定了医用高等数学课程的教学目标:①在理解微积分基本理论的基础上,结合微积分的发展史,强化对极限等重要概念的理解,给出重要性质定理的

证明,强化对知识间内在逻辑关系的理解和证明,使学生在了解科学发展的本来的过程中了解科学发展的本来的过程,从而培养学生的科学精神和批判精神。

②掌握微积分中求极限、导数、积分及解微分方程等基本运算,在培养学生基本运算能力、抽象思维能力、逻辑推理能力的基础上,重点培养学生综合运用所学知识分析和解决实际问题的能力,达到培养科学研究和创新能力的目标。③通过在教学中融入思政元素,帮助学生树立正确的价值观,提高民族自豪感的同时,使学生认识到要成为对国家、社会的有用之才必须要学好、用好数学<sup>[4-6]</sup>。

## 2 教学内容的合理划分

### 2.1 教学内容划分的必要性

理论讲授和自主学习内容的划分是教学改革取得成效的先决条件,内容是否适合学生自主学习直接影响学习效果,从而影响课堂教学效果以及辅导答疑环节。采用教师和学生共同选定自主学习内容的方式,教师划分教学内容时主要考虑教学大纲和教学目标、知识点的难易程度以及学生的数学基础三方面因素;通过摸底测试和问卷调查,由学生选择自己认为可以自主学习的知识点。摸底测试安排在课程开课后的第一节随堂进行,主要目的是准确了解学生在高中阶段对微积分内容的掌握情况。大多数学生了解求极限、求导的部分方法,但不理解极限的概念,且存在不同地区学生知识基础差异较大的问题。在需自主学习的章节教学开始前,教师布置自主学习任务,并规定完成的时间,之后通过问卷调查了解学生自主学习的效果,列出自主学习任务中的所有知识点,由学生对每个知识点的学习效果进行自评。综合教师对知识点的评定和学生的自主学习结果确定理论讲授内容和方法。自主学习内容比例的选取采用循序渐进的方案,最初仅选取部分内容作为自主学习内容,随着学生经验的积累和自主学习能力的增强,可逐步增加学习内容的比例。课堂教学并不涉及自主学习内容,是否能够顺利听懂课堂教学内容,也可作为学生自主学习效果的评价标准之一。

### 2.2 教学内容划分示例

本课程教材使用李林主编的《医用高等数学》<sup>[3]</sup>。本节以一元函数的极限、连续、导数和

微分章节为例,展示教学内容的合理划分。

教材第一章为一元函数的极限和连续,主要包括三部分内容:函数的概念、极限的概念以及函数的连续性。教师经过摸底测试和问卷调查,了解到多数学生熟悉函数的相关概念,但是存在不同生源地区学生基础差异较大的问题,因此选择函数的概念、复合函数、分段函数、基本初等函数和初等函数作为自主学习的内容。一方面,这些内容难度适中;另一方面,相较于课堂统一授课的形式,通过自主学习并明确各知识点的学习要求更适合将不同基础的学生提高至统一的知识水平。初等函数对于所有学生来说都是全新的概念,但其难度并不大,教师可在课堂讲授时设计习题,以检验学生的学习效果并进一步强化。极限的概念部分主要包括数列的极限、函数的极限、极限的性质和两个重要极限等。极限的概念和思想在微积分中占核心地位,是理解和掌握微积分的基础,该定义也是后续性质和定理证明的基础,故作为理论讲授部分由教师在课堂上重点讲解,由直观定义到精准定义,并联系微积分的发展史展示科学发展的本来过程。函数的连续性是初等函数的重要性质,因此函数的连续性与连续函数部分也选作理论讲授内容。

第二章为一元函数的导数和微分。由摸底测试和问卷调查结果可知,学生认为导数的概念、导数的运算,以及导数的应用都能够实现自主学习;而微分的概念、微分中值定理较难理解,无法自主完成,希望由教师进行讲授。通过学生选择的内容可以看出,与高中知识衔接紧密、学生比较熟悉、偏向计算和应用的知识点一般可以自主学习;对于较为陌生、抽象的概念理解、理论性强且需要证明的定理等内容,学生普遍认为需要教师讲解。结合教学目标,理论讲授内容重点在于如何从导数定义推导出部分基本初等函数的导数公式,如何证明导数运算法则,以及如何应用导数运算法则推导出一些常见函数的导数公式,因此,导数的概念和运算法则仍被选作理论讲授部分和相关概念整合,教师结合推理和证明进行深入讲解,并阐明知识点间的内在联系,加深学生的理解。函数单调性的判定、函数的极值、曲线的凹凸性和函数图形描绘等导数应用部分则作为自主学习内容。

### 3 “理论讲授 + 自主学习” 教学改革的实践

#### 3.1 学习资源建设

建设并完善有效的教学资源能够为学生提供多层次的自主学习空间。教学团队编写、制作了配套的课件和教案,引入医学相关的应用实例,结合时代特色,采用计算机软件 Python 求解重要例题,并提供完整的代码。此外,还建设了包括每课一练、阶段测试、期末考试资源的配套题库,可以进行灵活有效的过程性评定,及时反馈学生的学习效果,以便调整教学方案;建设了拓展学习资源,包括基础学习内容和拓展延伸学习内容等在线资源,为学生自主学习提供了拓展空间。

教师向学生推荐合适的参考用书,包括英文原版教材《Calculus for Biology and Medicine》<sup>[7]</sup>《Calculus (Seventh Edition)》<sup>[8]</sup>和《工科数学分析基础》<sup>[9]</sup>《工科数学分析教程》<sup>[10]</sup>。教材提供了授课和自主学习的基本思路,不同的参考用书为学生提供了充分的自主学习空间,英文教材的引入还能够培养学生用英文阅读、写作专业资料的能力,锻炼了其国际学术交流的能力,并拓展了国际视野。

#### 3.2 自主学习方法指导

教师引导学生制定短期和长期的学习目标,确保这些目标是具体、可衡量和可实现的,鼓励学生将大目标分解为小步骤,以便管理和实现。长期目标和教学目标一致,短期目标分阶段制定,包括具体学习内容、学习时间安排、学习效果等。培养学生定期反思自己的学习过程和成果的习惯,引导学生进行自我评估,评估方法包括问卷、试卷,以及反馈会议,并及时制定改进计划。教师定期与学生开展反馈会议,了解其学习进展和遇到的困难,根据学生的具体需求和能力提供个性化的指导与支持。

在“自主学习 + 理论讲授”的教学模式实施两周后,教学团队对 2021 级临床医学及口腔医学专业阶平班医用高等数学教学班的 50 名学生进行了问卷调查,共发放 50 份问卷,回收率为 100%。调查结果如表 1 所示,学生普遍把学习重点放在课后复习上,而课前自主学习的时间相对较少,因此,教师需引导学生把学习时间更多地分配至课前自主学习,平衡课前、课后学习时间,

表1 学生课前自主学习和课后复习情况调查 (n, %)

Table 1. Survey on students' self-directed learning before class and review after class (n, %)

	学习时长				笔记情况	
	0~3小时	3~6小时	6~9小时	>9小时	有	无
自主学习	30 (60.00)	18 (36.00)	2 (4.00)	0 (0.00)	23 (46.00)	27 (54.00)
课后复习	13 (26.00)	18 (36.00)	11 (22.00)	8 (16.00)	39 (78.00)	11 (22.00)

要求学生用科学的方法记课前自主学习笔记和复习笔记,并绘制思维导图。通过制定学习计划,培养学生的时间管理能力,包括时间分配和优先级排序,使用时间管理工具,如日程表、提醒或时间管理应用,帮助学生跟踪学习时间。

### 3.3 理论讲授课堂设计

结合教学目标以及自主学习和理论讲授相结合的教学方法,教师在课堂上重点讲解抽象概念的逻辑推理部分,而计算和简单应用部分则安排学生自主学习。针对学生理解不够深入的概念加强讲解,重点阐述知识点间的内在逻辑关系。以极限这一重要概念为例,重新设计理论讲授课程有两个基本目的:一是加深对极限概念的理解;二是通过对极限概念的深入讲解,再现微积分的发展历程,培养学生的科学精神和科学态度。本课程从描述性定义“当 $n$ 无限增大时, $a_n$ 无限接近于常数 $A$ ,则称 $a_n$ 以 $A$ 为极限”开始介绍极限的概念,这种描述性的定义未定量地阐明两个“无限过程”之间的联系,不能作为科学论证的逻辑基础。因此,需要对极限这一概念进行更严格的定义,在此引入数列极限的“ $\varepsilon$ - $N$ ”定义和函数极限的“ $\varepsilon$ - $\delta$ ”定义。

理论讲授的过程需体现极限概念由直观到精准的演变,这一过程很好地反映了微积分的发展史。我国古代数学家刘徽(约225—295年)发明的割圆术就是建立在直观基础上的原始极限思想的应用<sup>[11]</sup>;17世纪后期,牛顿和莱布尼兹以无穷小的概念为基础,建立了微积分理论,牛顿的极限概念建立在几何直观的基础上,其表述接近极限的描述性定义<sup>[3,12]</sup>;18世纪微积分被广泛应用于物理学、工程学和天文学等众多领域,推动了第一次工业革命的发展<sup>[12]</sup>;后来牛顿的微积分理论遇到了逻辑困难,关于无穷小量的争论引发了第二次数学危机<sup>[13]</sup>;直到19世纪,维尔斯特拉斯(1815—1897年)提出了极限的静态定义,即数列极限的“ $\varepsilon$ - $N$ ”定义和函数极限的“ $\varepsilon$ - $\delta$ ”定义,为微积分提供了严格的理论基础,微积分

理论才得以进一步的发展和完善<sup>[3,12]</sup>。极限概念从描述性定义到精准静态定义的理论讲述,让学生感悟到科学的发展离不开大胆的质疑,问题的提出和敢于创新的精神是科学发展的强劲动力,从而培养学生的科学精神、批判精神和创新精神。在深入讲解极限的描述性定义和静态精准定义的基础上,教师再引出极限的性质、极限与无穷小的关系证明,使学生建立完整的知识体系,理解知识间的内在关联。

### 3.4 辅导答疑

全方位、多层面的答疑环节是教学效果的保障。学生的学习过程主要包括课前自主学习、课堂理论学习以及课后复习三个阶段,答疑过程要全方位配合这三个阶段。课前自主学习阶段是培养学生自主学习能力的环节,自主学习过程中主要会产生两类问题:一类是对知识本身的理解和掌握,这些问题在一定程度上反映了学生的自主学习能力;另一类是理解掌握所学知识后,进行更深层次的思考,针对知识的内涵以及知识间的联系、应用等提出的有科学价值的问题。这类问题的提出是值得鼓励的,这也是培养学生自主学习能力、科研能力和创新能力的重要环节。为满足答疑解惑的需求,教师采取线上线下结合的形式对学生进行全方位的辅导,除固定时间的教室答疑之外,线上还专门建立了课程讨论群,学生在群里可以进行提问和讨论。在解答环节,教师的及时解答与顺畅沟通是解决问题的一个重要途径;另一重要途径则是学生间的相互解答和讨论,这给学生创造了充分自由发挥的空间,在讨论中会产生新问题、新方法、新思路,教师及时点拨、总结和鼓励,引导学生进行更深层次的思考,充分调动学生的主观能动性。同时,把线上讨论研究模式固化成线下模式,成立学习讨论小组,及时在小组内进行讨论,增强师生间和学生间的互动,培养学生的协作能力和探索研究精神,进一步激发学生主动学习的热情。

### 3.5 延伸性问题

延伸性问题在课堂之外给学生提供了一个深入思考的方向,教师应鼓励学生自行查阅资料进行拓展学习。学生在高中阶段对导数的学习普遍存在会背公式、会计算,但不理解导数概念的现象,因此,课程第一个延伸性问题设定为“求极限方法的总结”。学生通过结合一元函数的极限和连续、导数和微分的教学建立了完整的知识体系,经过深入思考,便可以理解高中阶段能够运用但不知缘由的极限计算方法,如利用函数的连续性求极限、洛必达法则为什么能成立等问题。学生对延伸性问题的探索既解决了高中阶段的“不解之谜”,又对该部分的知识点进行了融会贯通。在后续教学中,针对某些应用问题,如结合多元函数的几何应用、讨论等温线和最速下降法等,让学生自行查阅文献进行总结。此外,教师还指导学生参加全国大学生数学建模竞赛、全国生物医学工程创新大赛等竞赛项目,为学生提供学以致用的机会<sup>[14]</sup>,有效调动了学生自主学习的积极性。课堂之外的延伸性问题探索培养了学生的归纳推理能力、应用能力、逻辑思维能力和抽象思维能力。

## 4 考核方式与学情分析

为配合本次教学改革,课程的考核评价方式也进行了相应的调整,包括过程性评定和终结性评定,着重考查学生的学习能力。过程性评定占总成绩的 50%,其中平时测验占 25%,延伸性问题答卷占 25%;终结性评定(即期末考试成绩)占总成绩的 50%。平时测验以证明和应用类题目为主,主要考查学生的逻辑思维和迁移运用能力;期末考试中 60% 的题目难度和我校普通班医用高等数学课程难度一致,40% 的题目属于难题,重点考查学生综合分析问题的能力。

根据教学实践分析学情后发现,课程在以下几个方面还需重点加强:①对于为什么学习高等数学、高等数学在后续学习以及职业生涯中的作用理解;②部分学生对数学概念、理论的学习停留在会用公式的层面,要逐步上升到学习问题的提出、解决问题的思路等数学本身发展的逻辑主线上;③学生之间的数学学习认知能力与学习积极性呈现较大差异;④教师对于课程教学指导思想,如“注重自主学习、注重教学的兴趣性”“注

重能力培养,淡化应试教育模式,适当引入符合教学大纲要求而在参考书之外的内容”等的理解需要深化;⑤对课程学习要求——“完成自主学习内容,实施阶段性测试,做好延伸性问题探索”“学习过程中学会提出问题,并实现书面、口头双表达,自行完成一定量的练习题”的实践还有待提高。

在课程教学结束后,要求学生提交学习本课程的心得体会。学生的反馈主要集中在批判性思维和自主学习能力的培养两个方面:学生普遍认可在学习医用高等数学的过程中培养了批判思维能力,在学习过程中能不断提出有科学价值的问题,并自主解决问题;学生也普遍认为自主学习和独立思考能力是医学生的必备能力。经过本课程的学习实践,学生自主学习的能力普遍增强,但个体差异较大,有学生认为本次教学改革的实施较大幅度地增加了学习时间,学习任务偏繁重,因此,还需加强教师的个性化辅导。

## 5 结语

我教学团队在首都医科大学阶平班医用高等数学课程教学中进行“理论讲授+自主学习”教学改革,形成了医用高等数学的教学新模式,培养了学生的科研能力、创新能力和科学精神,为今后的医学研究工作奠定了数学基础和自主学习数理知识的能力基础。未来,在该教学模式的推广过程中应关注的一个重要问题是,由于学生的基础不同,需科学严格地控制自主学习内容和比例,制定自主学习内容的选择标准。具体的教学实践需在对学生的数学基础有充分调研的前提下进行,并且实时关注学生的反馈信息,以便及时调整教学方案。

## 参考文献

- 1 李浩光. 浅谈数学教师在大学生自学能力的培养中的定位作用[J]. 科教文汇, 2018, (11): 70-71. [Li HG. A brief discussion on the orientation and role of mathematics teachers in the cultivation of college students' self-learning ability[J]. The Science Education Article Cultures, 2018, (11): 70-71.] DOI: 10.16871/j.cnki.kjwhb.2018.04.030.
- 2 首都医科大学. 首都医科大学招生简章[EB/OL]. (2024-06-18) [2024-08-24]. <http://zhsh.ccmu.edu.cn/page/major/DEWVJI/38312/10479>

- 3 李林. 医用高等数学(第2版)[M]. 北京: 中国铁道出版社有限公司, 2016.
- 4 李冬果, 高磊, 郑文新, 等. 基于高端复合人才培养目标探索线性代数教学改革[J]. 数理医药学杂志, 2023, 36(11): 874–880. [Li DG, Gao L, Zheng WX, et al. Exploration of linear algebra teaching reform based on the training goal of high-end composite talents[J]. Journal of Mathematical Medicine, 2023, 36(11): 874–880.] DOI: 10.12173/j.issn.1004-4337.202308075.
- 5 李林, 李冬果, 张金旺, 等. 医科数学教学面临的问题及其对策研究[J]. 大学数学, 2014, 30(5): 58–61. [Li L, Li DG, Zhang JW, et al. Investigations on the problems faced with the teaching of mathematics for medicine and its strategies[J]. College Mathematics, 2014, 30(5): 58–61.] DOI: 3969/j.issn.1672-1454.2014.05.009.
- 6 张金旺, 刘红, 李林, 等. 进一步转变教育教学观念推行医科院校数学课程考试改革[J]. 首都医科大学学报(社会科学版), 2008, (1): 184–186. [Zhang JW, Liu H, Li L, et al. Further change the concept of education and teaching and carry out the reform of mathematics course examination in medical colleges[J]. Journal of Capital Medical University (Social Sciences Edition), 2008, (1): 184–186.] <https://www.cqvip.com/doc/journal/928694175>
- 7 Neuhauser C. Calculus for biology and medicine (3rd edition)[M]. New Jersey: Prentice Hall, 2011.
- 8 Stewart J. 微积分(第7版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014. [Stewart J. Calculus (seventh edition)[M]. Beijing: Higher Education Press, 2014.]
- 9 王绵森, 马知恩. 工科数学分析基础(第三版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2018.
- 10 杨小远. 工科数学分析教程[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- 11 欧阳顺湘. 阿基米德对圆周率之估计及其与刘徽之“割圆术”的比较(续2)[J]. 数学通报, 2023, 62(9): 46–50, 57. [Ouyang SX. Archimedes' estimation of Pi and its comparison with Liu Hui's "Circumcision" (Continued 2)[J]. Journal of Mathematics, 2023, 62(9): 46–50, 57.] DOI: 10.3969/j.issn.0583-1458.2023.09.010.
- 12 李小平. 数学文化与现代文明[D]. 长春: 吉林大学, 2016. [Li XP. Mathematical culture and modern civilization[D]. Changchun: Jilin University, 2016.] <https://www.cqvip.com/doc/degree/1868255413>
- 13 陆新生. 数学史上的三次危机[J]. 科学教育与博物馆, 2020, 6(1): 65–69. [Lu XS. Three crises in the history of mathematics[J]. Science Education and Museums, 2020, 6(1): 65–69.] DOI: 10.16703/j.cnki.31-2111/n.2020.h1.011.
- 14 申笑颜, 李楠, 王馨语, 等. 数学建模竞赛对医学生学习态度 and 自学能力的影响[J]. 教育现代化, 2019, 6(A5): 163–165. [Shen XY, Li N, Wang XY, et al. The impact of mathematical modeling competitions on medical students' learning attitudes and self-learning abilities[J]. Education Modernization, 2019, 6(A5): 163–165.] DOI: 10.16541/j.cnki.2095-8420.2019.105.060.

收稿日期: 2024 年 10 月 17 日 修回日期: 2025 年 01 月 12 日  
本文编辑: 王雅馨 黄 笛

引用本文: 郑文新, 李冬果, 陈熹, 等. 医用高等数学“理论讲授+自主学习”教学改革研究[J]. 数理医药学杂志, 2025, 38(2): 145–150. DOI: 10.12173/j.issn.1004-4337.202410085.  
Zheng WX, Li DG, Chen X, et al. Research on the teaching reform of "theoretical teaching + self-directed learning" in medical advanced mathematics[J]. Journal of Mathematical Medicine, 2025, 38(2): 145–150. DOI: 10.12173/j.issn.1004-4337.202410085.